

STRATEGIE INNOVATIVE PER IL CONTROLLO RIPETITIVO

A. De Carli, L. D'Ercole, D. Matacchioni, M. Mombello
 Dipartimento di Informatica e Sistemistica dell' Università di Roma "La Sapienza"
 Facoltà di Ingegneria Via Eudossiana 18 - I00184 ROMA (Italy)
 fax ++ 39 6 44 58 53 67

1 INTRODUZIONE

In questo lavoro verrà presentata una strategia di controllo innovativa, indicata con la dizione **CONTROLLO RIPETITIVO AVANZATO (C.R.A.)**, ed una sua applicazione ad un problema di motion control.

Nel campo dell'automazione è molto frequente il problema del controllo di sistemi (robot, drives,...) chiamati a svolgere compiti ripetitivi, ed altrettanto comune è la necessità di reiettare disturbi periodici (macchine rotanti, satelliti, ecc.). È quindi evidente l'interesse di una strategia come quella proposta, basata sul principio dell'apprendimento della corretta azione di controllo da parte di un sistema che debba ripetere per un elevato numero di volte lo stesso insieme di compiti [5], [6], [7], [8].

Si vuole inoltre evidenziare la semplicità di implementazione di questo controller, nonché la sua elevata flessibilità, che consente la progettazione dell'intero sistema di controllo a partire dalla conoscenza del plant e del solo periodo L del riferimento, peraltro arbitrario. Una volta progettato, tale controller è infatti in grado di apprendere la corretta azione di controllo per qualsivoglia compito periodico, fermo restando il periodo L.

2 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Per quanto detto, l'obiettivo da perseguire è l'inseguimento di segnali di riferimento a carattere periodico. Il contesto nel quale ci si muoverà è quindi legato al seguente **problema** :

CONSIDERATO IL SEGUENTE CLASSICO SCHEMA DI CONTROLLO

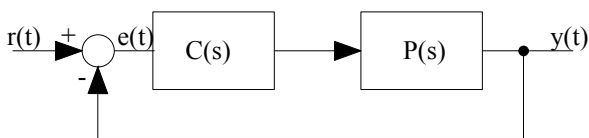


figura 1: sistema a controreazione unitaria

SI DESIDERA SINTETIZZARE IL CONTROLLER C(S) IN MODO DA SODDISFARE LE SEGUENTI SPECIFICHE :

1) TRACKING ASINTOTICO DI QUALSIASI RIFERIMENTO

$r(t)$ PERIODICO, DI PERIODO L ($\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$);

2) STABILITÀ DEL SISTEMA AD ANELLO CHIUSO;

3) CAPACITÀ DI MANTENERE LE PRESTAZIONI OTTENUTE A FRONTE DI VARIAZIONI DEI PARAMETRI DEL SISTEMA CONTROLLATO (proprietà di robustezza).

Si tratta quindi di un problema che rientra nella ben più vasta teoria della regolazione, anche se in modo

tutt'altro che classico, in quanto il segnale di riferimento è generalmente periodico, quindi non generabile a partire da un sistema esogeno a dimensione finita.

La base teorica della soluzione del problema illustrato, è costituita dal principio del modello interno (p.m.i) [2], il quale può intuitivamente esprimersi affermando che "ogni buon regolatore deve riprodurre un efficace modello dell'ambiente operativo, all'interno del sistema ad anello chiuso"; ovvero, con riferimento alla fig. 1, nei termini seguenti:

" SE $r(t)$ È GENERATO DA UN SISTEMA SOGNO FINITO_DIMENSIONALE E $C(s)$ È IN GRADO DI RIPRODURRE TUTTI I RIFERIMENTI DELLA CLASSE CHE TALE SISTEMA PUÒ GENERARE (cioè se $C(s)$ contiene un modello del sistema che genera $r(t)$), ALLORA, IN PRESENZA DI STABILITÀ DEL SISTEMA AD ANELLO CHIUSO, IL PROBLEMA DEL REGOLATORE È RISOLTO ".

Il risultato teorico affermato è quindi valido, a rigore, solo per riferimenti generabili da sistemi finito_dimensionali. In [1], [3], si è dimostrata la sua estendibilità a riferimenti prodotti da sistemi infinito_dimensionali.

3 LA STRATEGIA DI CONTROLLO

In base al p.m.i, la specifica sul tracking è allora ricondotta alla determinazione di una forma di $C(s)$ tale da contenere un modello di qualsiasi segnale periodico. Allo scopo, si osservi che una funzione $r(t)$ periodica di periodo L, monotona a tratti e limitata sull'intervallo $[-L/2, L/2]$, può essere espressa in serie di Fourier in forma complessa come :

$$r(t) = r_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [r_n e^{j2\pi n t/L} + r_{-n} e^{-j2\pi n t/L}] \quad (1)$$

Dovendo $C(s)$ contenere un modello della struttura delle funzioni che caratterizzano $r(t)$, a meno dei relativi coefficienti_peso, è sufficiente che in essa compaiano le trasformate di Laplace di tali modi componenti. Cioè, in questo caso, associando al termine r_0 della (1) il modo $1/s$ e ad ogni coppia di termini complessi coniugati che compaiono nella sommatoria un termine $1 / \left(s^2 + \frac{4n^2\pi^2}{L^2} \right)$.

Resta allora definita la funzione

$$\hat{C}(s) = \frac{1}{s} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s^2 + \frac{4n^2\pi^2}{L^2}} \quad (2)$$

in cui però la produttoria estesa all'infinito risulta identicamente nulla; per superare tale inconveniente si può procedere ad una trasformazione sfruttando ulteriormente la possibilità di prescindere dai coefficienti peso.

Se ne deduce che l'adozione del modello [1], [3]:

$$C(s) = \frac{1}{e^{sL} - 1} = \frac{e^{-sL}}{1 - e^{-sL}} \quad (3)$$

appare sufficiente a raggiungere lo scopo indicato dal principio del modello interno, ed anche in modo relativamente semplice, visto che alla (3) corrisponde lo schema seguente :

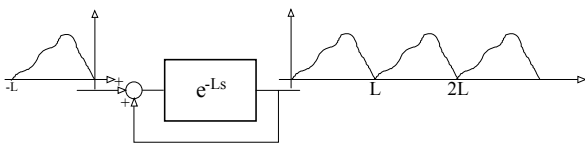


figura 2: compensatore ripetitivo

Ogni segnale periodico, di periodo L, può essere generato da tale sistema qualora eccitato con una appropriata funzione d'innesco, cosicché il sistema, nel suo complesso, si comporta come un generatore di segnali periodici. In altre parole, supposta valida la continuità al limite del principio del modello interno, è ragionevole ritenere che adottando tale compensatore, ed assicurando la stabilità del sistema ad anello chiuso, sia possibile il tracking di qualunque segnale periodico di periodo L.

Un compensatore del tipo (3) è detto **CONTROLLER RIPETITIVO** ed il sistema che lo utilizza **SISTEMA A CONTROLLO RIPETITIVO**, il cui schema è quindi:

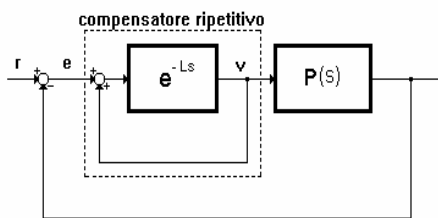


figura 3: sistema a controllo ripetitivo

Per giustificare le capacità d'inseguimento di tale sistema, si supponga che P(s) non cancelli alcuno degli infiniti poli, $s = \pm j2\pi n/L$ ($n=0,1,2,\dots$), del compensatore ripetitivo e consideriamo la funzione di trasferimento d'errore del sistema a ciclo chiuso :

$$W_{err}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + P(s)C(s)} = \frac{1 - e^{-sL}}{1 - e^{-sL} + P(s)e^{-sL}} \quad (4)$$

Appare evidente come tali poli diventino altrettanti zeri di trasmissione. Questo significa che un modo sinusoidale, di pulsazione $\omega = 2\pi n/L$, diviene inosservabile se visto da e(t); ne consegue che, se il sistema a catena chiusa è stabile, risulta realizzato il

tracking di tale segnale sinusoidale. Visto che questo è vero per ogni n, qualunque combinazione finita di termini sinusoidali può essere teoricamente inseguita con un controller ripetitivo. Assumendo quindi la continuità al limite, appare fin d'ora plausibile che tale sistema di controllo consenta l'inseguimento di ogni segnale r(t) periodico, di periodo L, vista la sviluppabilità di questo in serie di Fourier ([1]).

Lo studio della stabilità è stato condotto in [1], [3] attraverso la diretta applicazione del teorema del piccolo guadagno ([4],[8]). Segue da tale risultato teorico la seguente :

Proposizione: nel sistema a controllo ripetitivo di fig.3, se

- 1) P(s) è stabile ;
- 2) $\|1 - P(s)\|_{\infty} < 1$; (5)₁

allora il suddetto sistema risulta stabile esternamente, cioè $e(t) \in L^2$.

Dietro la (5) si nasconde, però, un grave problema: essa, infatti, non può mai essere soddisfatta da plant la cui funzione di trasferimento, P(s), sia strettamente propria, ma solo da sistemi con grado relativo nullo.

Si noti però che, nel problema formulato, sono stati presi in considerazione TUTTI i segnali periodici (di periodo L), anche quelli che presentino eventuali discontinuità, e si è richiesto il loro tracking da parte di un sistema P(s) dinamico, a tempo continuo. Ciò è evidentemente assurdo, a meno che il plant non presenti un percorso diretto tra ingresso ed uscita, ovvero un grado relativo nullo.

È ragionevole attendersi, allora, che la condizione di stabilità possa essere rilassata (essenzialmente nel campo delle alte frequenze), inserendo un filtro passa_basso a monte del blocco di ritardo, cioè sostituendo il blocco e^{-sL} con $q(s)e^{-sL}$ in cui:

$$\begin{cases} |q(j\omega)| \cong 1 & \text{per } |\omega| \leq \omega_c, \\ |q(j\omega)| \leq \epsilon < 1 & \text{per } |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

laddove la pulsazione di taglio ω_c andrà precisata tenendo in debito conto sia la banda passante del plant, sia la larghezza di banda del segnale di riferimento (un esempio tipico è costituito dall'uso di un filtro con una sola costante di tempo).

La (5) diventa allora:

$$\|q(s)(1 - P(s))\|_{\infty} < 1; \quad (6)$$

che può ora essere soddisfatta anche da sistemi strettamente propri.

Lo svantaggio che ne consegue è relativo al fatto che gli zeri di trasmissione nella funzione di trasferimento d'errore

$$W_{err} = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1 - q(s)e^{-sL}}{1 - q(s)e^{-sL} + q(s)P(s)e^{-sL}} \quad (4')$$

¹ Dove s'intenda $\|f(s)\|_{\infty} = \sup_{-\infty < \omega < \infty} |f(j\omega)|$

non coincidono più con i poli del generatore del segnale di riferimento, producendo un deterioramento delle prestazioni nei compiti d'inseguimento.

Comunque, lo scostamento da zero della $|W_{err}(j2\pi n/L)|$ può essere fortemente influenzato con un'opportuna selezione del filtro.

Una grave lacuna del controller descritto riguarda l'assenza dell'azione di controllo nel primo periodo. È quindi chiaro che, l'obiettivo da raggiungere è quello di chiudere il ramo diretto anche durante l'intervallo di funzionamento $[0, L]$, senza lasciare lo stato del sistema da controllare soggetto alla sola evoluzione libera.

Un metodo per la soluzione di tale problema è quello di inserire un blocco in parallelo al controller ripetitivo, che fornisca un'azione di controllo, anche nel primo periodo, come riportato nella fig.4.

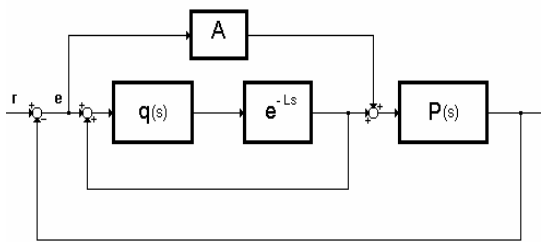


figura 4: controllo ripetitivo modificato, con azione proporzionale.

Le condizioni di stabilità sono allora dettate dal seguente:

Teorema: nel sistema di fig.4, con $P(s)$ strettamente propria e $q(s)$ stabile, se:

- 1) $\frac{P(s)}{1 + AP(s)}$ è stabile;
- 2) $\left\| q(s) \left[1 - \frac{P(s)}{1 + AP(s)} \right] \right\|_{\infty} < 1$ (7)

allora l'errore $e(t)$ è limitato per ogni segnale periodico di periodo L , cioè $e(t) \in L^2$

Appare evidente dalla (7) che, progettualmente, la presenza di A introduce un ulteriore grado di libertà, attraverso il quale soddisfare la condizione di stabilità, nonché le prestazioni nel tracking del riferimento, visto che la funzione d'errore si modifica, rispetto alla (4'), nella forma:

$$W_{err}(s) = \frac{1 - q(s)e^{-Ls}}{1 - q(s)e^{-Ls} + AP(s)(1 - q(s)e^{-Ls}) + P(s)q(s)e^{-Ls}} \quad (8)$$

in cui compare a denominatore un ulteriore termine, $AP(s)(1 - q(s)e^{-Ls})$, attraverso il quale sembra possibile modificare l'andamento del $|W_{err}(j2\pi n/L)|$, al fine di renderlo prossimo al caso ideale nullo, almeno nella banda delle componenti dominanti dello spettro del riferimento.

Poiché la sintesi di $q(s)$ è di fondamentale importanza per risolvere il compromesso stabilità_inseguimento,

appare indispensabile riportare la condizione matematica (7) in una forma controllisticamente più gestibile. Esattamente, se vale la (7) allora è

$$|q(j\omega)| < \left| \frac{1 + AP(j\omega)}{1 + (A-1)P(j\omega)} \right| \quad \forall \omega$$

che permette l'uso dei diagrammi di Bode dei due termini della disuguaglianza per la sintesi del filtro.

È infatti senz'altro più comodo e proficuo rispetto alla (7) visualizzare l'andamento di $\left| \frac{1 + AP(j\omega)}{1 + (A-1)P(j\omega)} \right|$ al

fine di progettare $q(j\omega)$ in modo che il suo modulo resti al di sotto di tale curva, pur scegliendo una frequenza di taglio che penalizzi il meno possibile la banda del segnale di riferimento.

4 CONTROLLO RIPETITIVO AVANZATO

Abbiamo visto come l'introduzione di A abbia introdotto un grado di libertà nella scelta di $q(s)$, allo scopo di soddisfare le (7), (8). Si noti inoltre che se il contributo al forzamento dovuto al controller ripetitivo fosse in grado di garantire un'azione che consenta, al sistema controllato, un migliore inseguimento delle variazioni più repentine, allora il comportamento globale dovrebbe essere qualitativamente superiore. D'altra parte, l'inseguimento insoddisfacente delle discontinuità è dovuto alla presenza del filtro passa_basso $q(s)$, la cui introduzione assicura la stabilità, ma taglia le componenti a frequenza maggiore.

Concettualmente, il recupero di un buon comportamento, anche in alta frequenza, può ottenersi indirizzando all'interno dell'anello che caratterizza il controllo ripetitivo, anche queste componenti, almeno per un intervallo di tempo limitato, così da non inficiare la stabilità, ma dando contemporaneamente la possibilità al controller di apprendere l'esistenza, sperando che con ciò impari ad inseguirle anche negli istanti successivi. Tutto ciò porta ad introdurre una innovativa variante di considerevole rilievo nella strategia di controllo, che, schematicamente, si riduce all'inserimento di un altro ramo il quale, aggirando il filtro $q(s)$, indirizzi anche le componenti in alta frequenza verso l'elemento di ritardo; si giunge così allo schema del

SISTEMA A CONTROLLO RIPETITIVO AVANZATO:

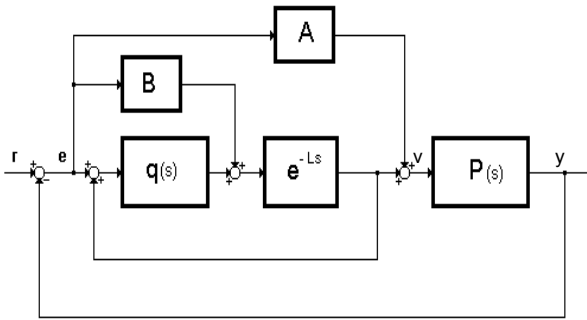


figura 5: controllo ripetitivo avanzato.

Si noti che il blocco proporzionale B, come d'altra parte A, riceve in ingresso l'errore $e(t)$, il cui progressivo decadimento determina, quindi, una naturale autoesclusione dei due contributi al convergere della risposta verso il riferimento, il che assicura la desiderata temporaneità delle due azioni. Quanto detto può essere analiticamente confermato riesaminando la funzione di trasferimento d'errore che diventa:

$$W_{err}(s) = \frac{1 - q(s)e^{-Ls}}{1 - q(s)e^{-Ls} + AP(s)(1 - q(s)e^{-Ls}) + P(s)q(s)e^{-Ls} + BP(s)e^{-Ls}}$$

in cui, rispetto alla (8), compare a denominatore l'ulteriore termine $BP(s)e^{-Ls}$ attraverso il quale viene quindi introdotto un secondo grado di libertà per la manipolazione del modulo di $W_{err}(j2\pi n/L)$. Il vantaggio di usare B è evidenziato dai diagrammi del $|W_{err}(j2\pi n/L)|$ nel caso in cui si sia fissato $A=20$ per

$$P(s) = \frac{1}{1 + 0.2s}$$

$$q(s) = \frac{1}{1 + 0.02s}$$

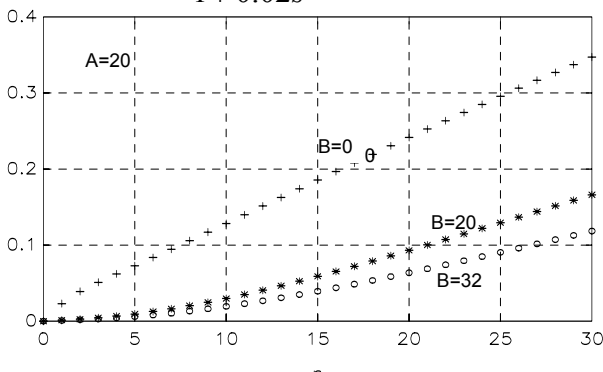


figura 6: diagramma del $|W_{err}(j2\pi n/L)|$ al variare di B.

È immediato notare che, all'aumentare di B, l'andamento della funzione di trasferimento d'errore tende a schiacciarsi sull'asse delle ascisse, con una tangente all'involuppo inizialmente quasi nulla, rendendo così scarsamente osservabili, da $e(t)$, i modi del riferimento relativi alla banda di frequenze più basse. Questo conferma il potenziale miglioramento, nei compiti d'inseguimento, da parte del sistema a controllo ripetitivo avanzato, rispetto a quello di fig.4.

Resta ora da verificare come questa modifica si ripercuota sulle condizioni di stabilità. Risulta utile allo scopo trasformare lo schema di fig.5 in una forma equivalente, che renda più facile lo studio della stabilità stessa, come applicazione del teorema del piccolo guadagno. Mediante semplici passaggi, riportati in appendice, si perviene allora al seguente sistema:

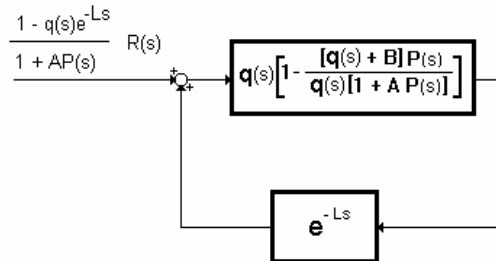


figura 7: schema equivalente a fig 5.

che consente di formulare il

Teorema: nel sistema di fig.5, con $P(s)$ strettamente propria e $q(s)$ stabile, se:

- 1) $(q(s) + B)P(s)$ è stabile;
- 2) $q(s)[1 + AP(s)]$

$$\left\| q(s) \left[1 - \frac{(q(s) + B)P(s)}{q(s)(1 + AP(s))} \right] \right\|_{\infty} < 1 \quad (10)$$

allora l'errore $e(t)$ è limitato per ogni segnale periodico di periodo L, cioè $e(t) \in L^2$.

In particolare la (10) può risciversi nella forma:

$$\left| q(j\omega) \left[1 - \frac{(q(j\omega) + B)P(j\omega)}{q(j\omega)(1 + AP(j\omega))} \right] \right| < 1 \quad \forall \omega \quad (11)$$

al primo termine della quale corrispondono, per $B = 0, 20, 32, 45$, i seguenti diagrammi:

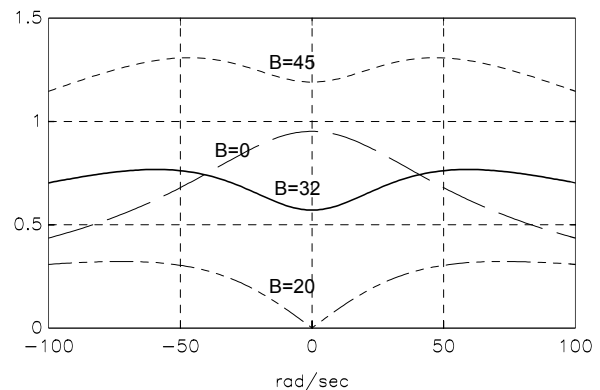


figura 8: diagrammi di stabilità.

Da essi si nota che, all'aumentare di B, il massimo relativo si sdoppia e si sposta, da $\omega=0$ verso pulsazioni maggiori, determinando una variazione dell'andamento che, da campanulare, diviene caratterizzato da un

minimo relativo in $\omega=0$, e da due code che decadono per $|\omega| \rightarrow \infty$. Quando $B = A - 1 + 1/P(0)$ il suddetto minimo si annulla (caso $B=20$); inoltre, al crescere di B , finché $B < A - 1 + 1/P(0)$ l'intero diagramma di stabilità si abbassa, rispetto al caso $B=0$, mentre per $B > A - 1 + 1/P(0)$ si assiste ad una risalita della curva. Ciò conferma che, per valori eccessivamente elevati di B , il sistema diventa instabile, sottolineando un compromesso tra stabilità ed inseguimento.

Osservazione: si sarà notato che, mentre nel caso $B=0$ era stato possibile un passaggio diretto dalle condizioni matematiche di stabilità ad un metodo di sintesi del filtro $q(s)$, ora, nel controllo ripetitivo avanzato, l'impossibilità di esplicitare $|q(j\omega)|$ dalla (11) impedisce di seguire la stessa tecnica progettuale. D'altra parte, si è visto che l'introduzione di B non fa che migliorare il controllo in alta frequenza. Quindi, si può sempre procedere ad una sintesi del filtro passa basso, dapprima fissando $B=0$ ed utilizzando la tecnica dei diagrammi di Bode, e, successivamente, adottare il valore più idoneo per B , con l'accortezza di verificare, tramite la (11), che tale scelta non pregiudichi la stabilità. Siamo a questo in grado di mostrare i risultati ottenuti adottando tale controller ripetitivo avanzato. Nelle prossime due sezioni quindi presenteremo i risultati, di simulazione, e quelli sperimentali.

5 RISULTATI DI SIMULAZIONE

La strategia di controllo illustrata nelle sezioni precedenti è stata verificata su di un apparato composto da un modulo di alimentazione e da una unità motore.

L'amplificatore di potenza del modulo di alimentazione è costituito da quattro Mos-Fet collegati secondo uno schema di tipo H in modo da permettere un azionamento bidirezionale. L'azione di comando dei quattro transistor è assicurata da un sistema PWM.

L'unità motore è formata da un motore a collettore a magneti permanenti. Solidale con il rotore vi è una dinamo tachimetrica che fornisce una tensione proporzionale alla velocità. Un amplificatore permette di prelevare tale segnale senza sovraccaricare la dinamo.

L'azione di comando di tutto questo apparato, quindi, viene esercitata sul sistema PWM tramite un opportuno segnale di tensione, mentre il segnale di uscita viene prelevato dal circuito di amplificazione della dinamo tachimetrica.

L'apparato costituisce dunque il Plant.

La modellizzazione matematica è stata ottenuta per via sperimentale.

Mediante l'invio di segnali a rampa, si è potuta ricavare una caratteristica statica del sistema.

Da tale caratteristica statica si possono individuare tre zone di diverso funzionamento:

- una zona asimmetrica intorno alla posizione di riposo nella quale il motore è fermo individuata da due valori di soglia, detta Dead-zone.

- due zone a funzionamento quasi-lineare
- due zone a funzionamento in condizioni di saturazione.

Il modello matematico è stato ottenuto per la zone di funzionamento quasi-lineare.

La procedura di identificazione prevede l'invio al sistema di opportune sequenze pseudo-random [9].

I segnali di ingresso e di uscita devono essere prima ben condizionati. Il modello matematico preso in considerazione per il Plant è di tipo ARMAX. La funzione di trasferimento che descrive il modello risulta la seguente:

$$P(s) = \frac{0.0039 \cdot s^2 + 1.55 \cdot s + 215.23}{s^2 + 134.92 \cdot s + 231.05}$$

Conoscendo quindi la funzione di trasferimento del Plant, e fissando a 5 secondi il periodo L del riferimento si è quindi sintetizzato il controller ripetitivo adottando un filtro passa basso, e due azioni proporzionali, come segue:

$$q(s) = \frac{1}{1 + .05s} \quad A = 20 \quad B = 10$$

Vale la pena spendere due parole per chiarire che, pur essendo la funzione di trasferimento di grado relativo nullo, si è utilizzato un filtro passa basso. Questo sembra contraddire quanto esposto nella prima sezione dove si è detto che il filtro è indispensabile alla stabilità dei sistemi con funzione di trasferimento strettamente propria. Va anche detto però, che $P(s)$, è solo un'identificazione del sistema reale, quindi non è improbabile l'esistenza di qualche polo non dominante, che in essa non compare, il quale ai fini della risposta, non determina grosse variazioni, ma compromette certamente la stabilità del sistema.

Con questi valori si sono ottenuti, adottando come riferimento un segnale triangolare di ampiezza unitaria e periodo L , i seguenti risultati di simulazione. La scelta del riferimento triangolare, è da imputarsi al fatto che, avendo tale segnale uno spettro a banda infinita, dimostra l'estendibilità del principio del modello interno anche a sistemi infinito-dimensionali. Nella figura 8 viene mostrato l'andamento dell'uscita, e dell'errore nei primi periodi di funzionamento del sistema, dove avviene la fase di apprendimento della corretta azione di controllo.

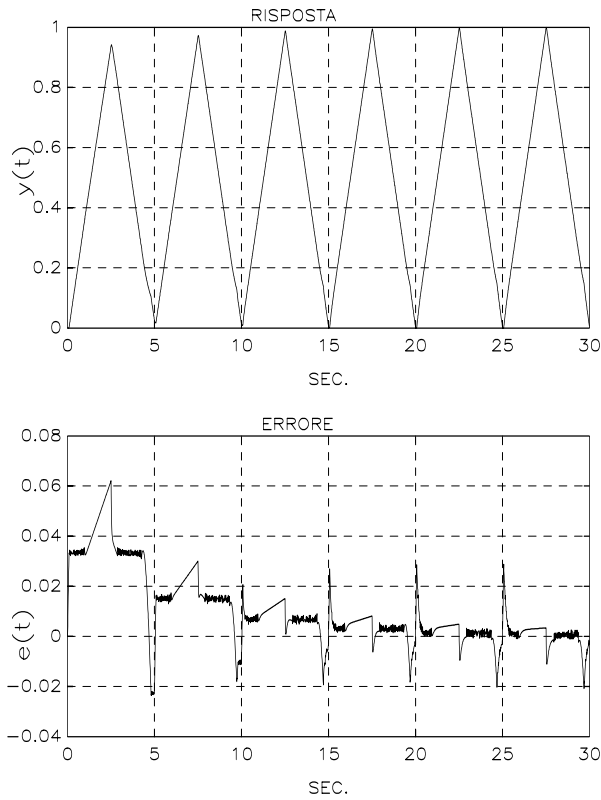


figura 8: Simulazione dei primi 6 periodi.

È evidente dall'osservazione della figura 8, come il sistema si adatta ad inseguire il riferimento triangolare nonostante la presenza di una forte non linearità a soglia. Dall'andamento dell'errore si nota come i valori massimi di tale grandezza si hanno in corrispondenza dei picchi del riferimento, ovviamente. Nella figura seguente si osserva l'andamento dell'uscita e dell'errore quando la fase di apprendimento è terminata. Si nota come l'errore è ormai sceso a valori irrisori, evidenziando un'elevata qualità nell'inseguimento.

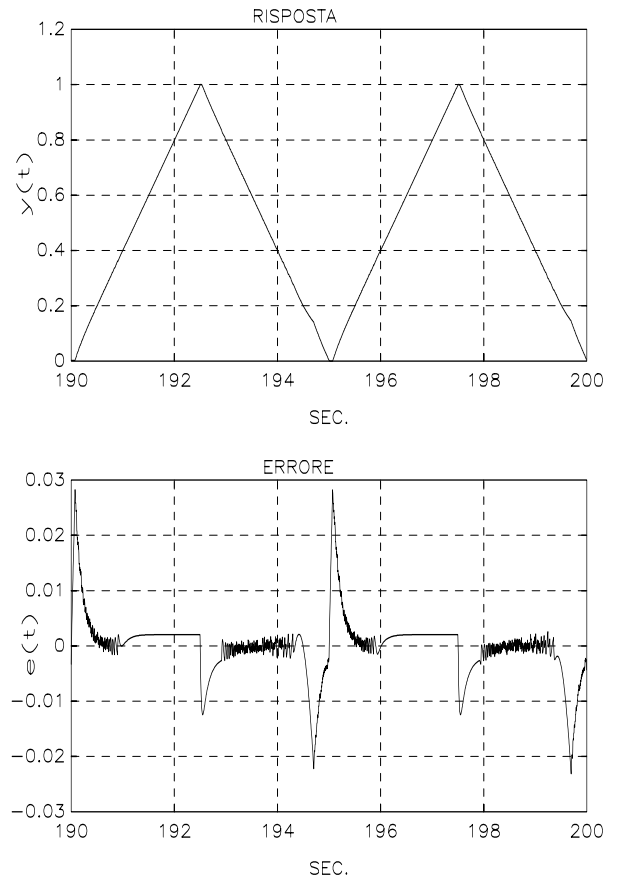


figura 9: Simulazione dei periodi 39 e 40.

Infine viene riportato l'andamento del forzamento al plant nella fase di transitorio esaurito.

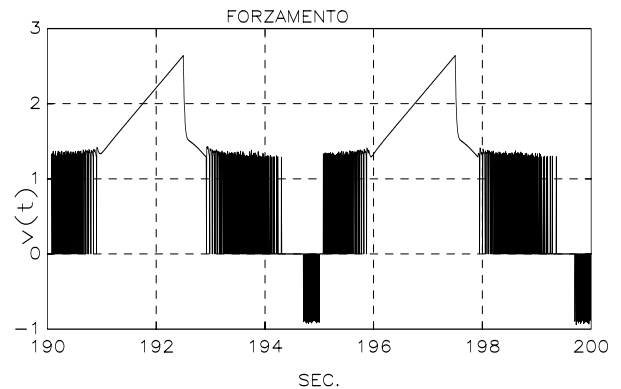


figura 10: Forzamento nei periodi 39 e 40

Tutti i risultati delle simulazioni sono stati ottenuti mediante programmi di tipo Matlab, così come i diagrammi di stabilità, e delle funzioni d'errore.

6 RISULTATI SPERIMENTALI

Per implementare la strategia di controllo ripetitivo avanzato sul sistema reale, si è fatto uso di un sistema DSP. Tale sistema viene supportato da un Personal Computer ed è interfacciato e collegato all'apparato analogico sperimentale. La figura 11 mostra il Sistema interamente.

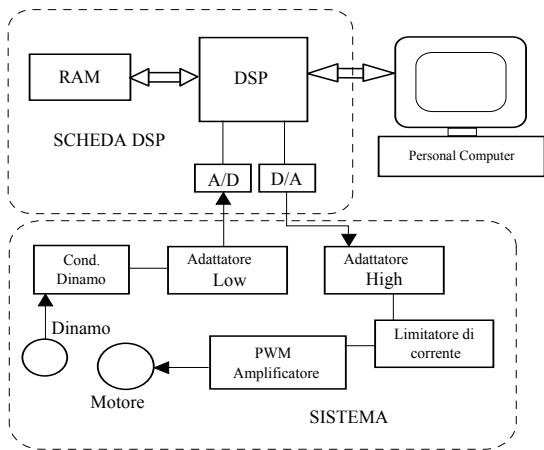


figura 11

Il sistema è basato su un processore DSP 32C della AT&T collegato ad opportuni banchi di memoria. Dispone inoltre di due canali di conversione A/D e due canali di conversione D/A. L'algoritmo di controllo è stato quindi implementato mediante linguaggio assembler DSP [10] ottenendo un codice successivamente caricato sul banco di memoria del DSP. Il software che ha permesso l'interfacciamento PC-DSP, è stato realizzato in linguaggio C++.

I risultati ottenuti, vengono mostrati nelle figure seguenti, dove è stato usato come riferimento sempre l'onda triangolare, in modo da poter confrontare i risultati sperimentali, con quelli di simulazione.

In particolare, nella figura 12, è mostrata la fase di apprendimento dell'azione di controllo e l'andamento dell'errore.

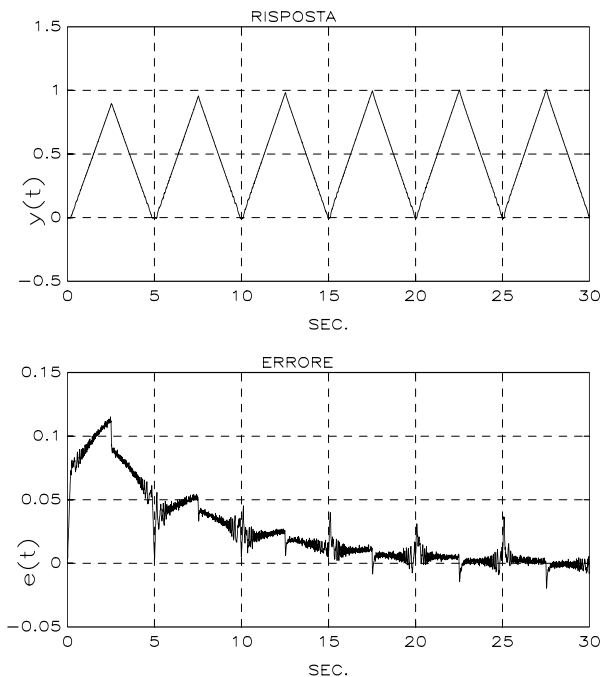


figura 12: Primi 6 periodi

Nelle figure seguenti viene mostrato, l'andamento dell'uscita dell'errore e del forzamento, quando il transitorio è ormai esaurito.

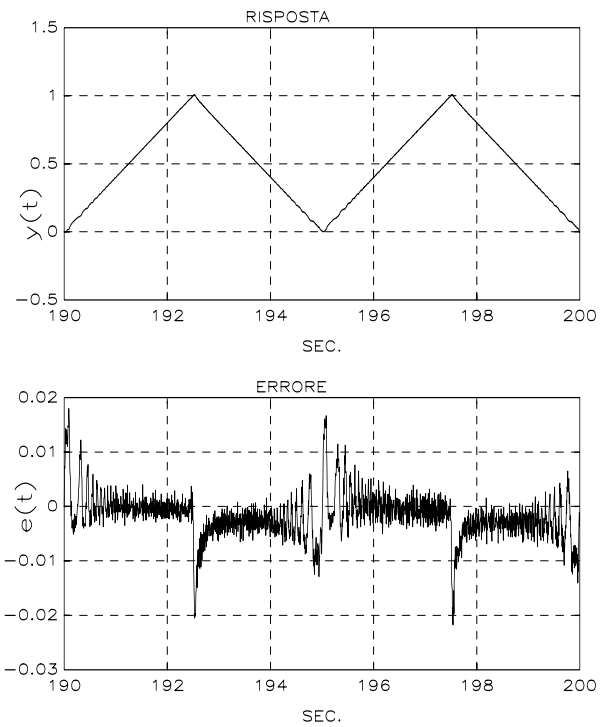


figura 13: 39 e 40 periodo

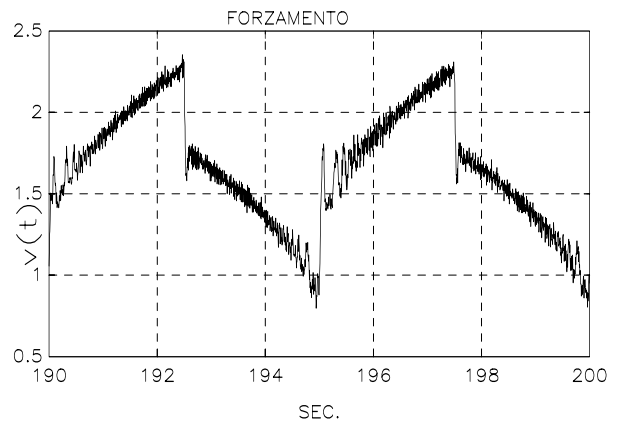


figura 14: Forzamento nel 39 e 40 periodo

Confrontando queste con quelle relative ai risultati di simulazione, si può facilmente apprezzare la qualità dell'inseguimento, anche di un riferimento a larga banda come questo. Ancora, la stretta correlazione tra gli andamenti ottenuti nei due casi, mette in chiara evidenza l'affidabilità del modello matematico adottato nella simulazione.

7 APPENDICE

Riportiamo ora brevemente i passaggi matematici, che hanno consentito di passare dallo schema di figura 5 allo schema equivalente di figura 7 utile allo studio della stabilità.

Dalla relazione (9) otteniamo:

$$W_{err}(s) = \frac{1 - q(s)e^{-sL}}{[1 + AP(s)](1 - q(s)e^{-sL}) + P(s)q(s)e^{-sL} + BP(s)e^{-sL}} =$$

$$\frac{1}{[1 - q(s)e^{-sL}] + \frac{P(s)q(s)e^{-sL} + BP(s)e^{-sL}}{1 + AP(s)}} \frac{1 - q(s)e^{-sL}}{1 + AP(s)} =$$

$$1 - \left[q(s) - \frac{P(s)q(s) + BP(s)}{1 + AP(s)} \right] e^{-sL} \frac{1 - q(s)e^{-sL}}{1 + AP(s)}$$

A tale relazione corrisponde appunto lo schema di figura 7.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Y. Yamamoto "Learning control and related in infinite-dimensional system" Essays on control perspective in the theory and its applications H.L.Trentelman, J.C. Willems, Birkhäuser PSCT: 14,1993.
- [2] G. Bengtsson, "Output regulation and internal models-a frequency domain approach," Automatica, 13: 333-345, 1977
- [3] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata and M. Nakano, "Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals" IEEE Trans. Autom. Control, AC-33: 659_668, 1988
- [4] C.A. Desoer and M. Vidyasagar, "Feedback systems: Input Output properties", Academic Press, 1975
- [5] S. Arimoto, S. Kawamura and F. Miyazaki, "Bettering operation of robots by learning" J. Robotic System, 1: 123-149, 1984
- [6] T. Mita and E. Kato, "Iterative control and its applications to motion control of robot arm-a direct approach to servo problems", Proc. 24th CDC: 1393-1398, 1985
- [7] K.-K. Chew and M. Tomizuka, "Digital control of repetitive errors in disk drive system," IEEE Control Systems Magazine, 10-1: 16-20, 1990
- [8] Y. Yamamoto and S. Hara, "Internal and external stability and robust stability condition for a class of infinite-dimensional systems", Automatica, 28: 81-93, 1992.
- [9] I.D.LANDAU, "System identification and control design", Prentice Hall.